MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI SI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

etapa locală – 18 februarie 2012

CLASA A VIII-A

SOLUŢIE ŞI BAREM DE CORECTARE:

Subiectul I	**Punctaj**
a) $5(2x^2 + y^2) + 6y(2x + 1) = 4x - 13 \Leftrightarrow$	
$\Leftrightarrow 10x^2 + 5y^2 + 12xy + 6y - 4x + 13 = 0 \Leftrightarrow$	1p
$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + 9x^2 + 12xy + 4y^2 + y^2 + 6y + 9 = 0 \Leftrightarrow$	1p
$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (3x + 2y)^2 + (y + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow$	1p
$\Leftrightarrow x = 2$ şi $y = -3$	1p
b) Observăm că $n^2 < n^2 + n < (n + 1)^2$	1p
$\Rightarrow n < \sqrt{n^2+n} < n+1$	1p
$\Rightarrow \left[\sqrt{n^2+n}\right] = n$	1p
Suma din enunţ devine: $1 + 2 + ... + 2012 = (2012 \cdot 2013) : 2 = 2025078$	2p
Din oficiu	1p

Subiectul II	**Punctaj**
$(a, b) = 1 \Rightarrow [a, b] = a\cdot b$	2p
$(b, c) = 1 \Rightarrow [b, c] = b\cdot c$	2p
$\sqrt{\frac{[a,b]+[b,c]}{2}} = \sqrt{\frac{ab+bc}{2}} = \sqrt{\frac{b(a+c)}{2}} = \sqrt{\frac{2b^2}{2}} = b \in \boldsymbol{N}$	5p
Din oficiu	1p

Subiectul III	**Punctaj**
a) Problema revine la calculul înălţimii unui tetraedru regulat de muchie $6\sqrt{2}$,	1p
distanţa căutată este egală cu $\frac{6\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}}{3} = 4\sqrt{3}$	2p
b) $A'M = \frac{AA'}{4} = 1{,}5\ cm$, AM = 4,5 cm, C'N = NC = 3 cm, $B'P = \frac{2BB'}{3} = 4\ cm$, PB = 2 cm	1p
MP = $\sqrt{42{,}25} = 6{,}5\ cm$, PN = $\sqrt{37}cm$, MN = $\sqrt{74{,}25}cm$	1p
Finalizează perimetrul	1p
c) Aplică corect teorema celor trei perpendiculare	1p
Calculează d(B', MP) = $\frac{48}{13}$ cm	1p
Finalizează d(C', MP) = $\frac{6\sqrt{233}}{13}$ cm	1p
Din oficiu	1p

Subiectul IV	**Punctaj**
BM ∥ PD ⇒ B, M, P, D coplanare.	1p
Fie O intersecţia diagonalelor dreptunghiului şi OO' = (ANC) ∩ (BMD) ⇒	
{O'} = AN ∩ MP	1p
NC ∥ MB ⇒ NC ∥ (MBD)	1p
⇒ OO' ∥ NC ∥ MB	2p
⇒ OO' este linie mijlocie în trapezul MBDP şi în Δ ACN.	2p
OO' linie mijlocie în Δ ACN ⇒ OO' = 7,5 ⇒ MB + DP = 15 ⇒ DP = 5.	2p
Din oficiu	1p